

De: les devoirs n°1 inf (ENS - Aque)

DEV 2

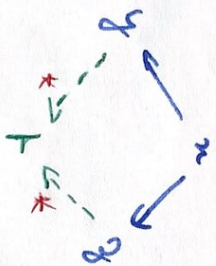
Nom : KRASNOPOLOV

Sujet : 4 Jury : 985 Page : 1/4

Développement 2: Lemme de Newman

I Définitions

Définition 1: Une relation linéaire $\rightarrow$ est dite localement confluente si pour tout (x, y, z) tels que $x \rightarrow y$ et $x \rightarrow z$, il existe t tel que $y \rightarrow^* t$ et $z \rightarrow^* t$.



Définition 2: Une relation linéaire $\rightarrow$ est dite confluente si pour tout (x, y, z) tels que $x \rightarrow^* y$ et $x \rightarrow^* z$, il existe t tel que $y \rightarrow^* t$ et $z \rightarrow^* t$.



Propriété 3: Une relation confluente est localement confluente.

Preuve 4: Soient x, y et z tels que $x \rightarrow y$ et $x \rightarrow z$. Alors par définition de $\rightarrow^*$, $x \rightarrow^* y$ et $x \rightarrow^* z$ donc la confluence s'applique.

Définition 5: Une relation linéaire terminée d'il n'existe pas de suite infinie $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$ telle que $x_k \rightarrow x_{k+1}$ pour tout $k \in \mathbb{N}$.

II Lemme de Newman

Théorème 6: (Lemme de Newman, 1980)

~~Si une relation linéaire est localement confluente et terminée, alors elle est confluente.~~

~~Preuve 7: Soit $\rightarrow$ une relation localement confluente et terminée.~~

~~Lemme 7.1: $\rightarrow^*$ est une relation linéaire.~~

Théorème 6 : Lemme de Newman (1980)

Soit une relation binaire $\rightarrow$ terminale et localement confluente, alors elle est confluente.

Preuve 7 : Soit $\rightarrow$ une relation binaire terminale et localement confluente.

Soit $\rightarrow^{-1}$ la relation binaire définie comme suit :

$$x \rightarrow^{-1} y \text{ si } y \rightarrow x$$

Soit $(x, y) \in \rightarrow^{-1}$ telle que

par l'hypothèse, on montre que

$\rightarrow^{-1}$ est une relation bin. totale. en effet, si $(x, y) \in \rightarrow^{-1}$ et $(y, z) \in \rightarrow^{-1}$ alors

on a $x \rightarrow y$ et $y \rightarrow z$ donc $x \rightarrow z$ d'où $(x, z) \in \rightarrow^{-1}$.

alors $x \rightarrow z$ et $z \rightarrow x$ donc $x \rightarrow z$ et $z \rightarrow x$ d'où $(x, z) \in \rightarrow^{-1}$.

Nom : KRA Snopd

Sujet : 4 Jury : 935 Page : 3 / 4

kein Land:

multe infirmis şi dementi de care s'au ocupat

On a $x_i \neq x_j$ $\forall i \neq j$ par
raison de la monotonie de (x_k) . On

on distant
 infinite on relation
 you → C it abundant,
 → etc with difference.

Théorème 8 : (Lemme de Noether, 1880)

The next relation binding all borders
confluent at north terminal show all
are confluent.

here 8: Sit $\rightarrow$ me addition
linear math & line
constant in $\in$ placement

Don't let, on condition :

[illegible]

Montons par induction bien fondée
de $\rightarrow$ donc $\in$ que $P(x)$ est vrai
pour tout $x \in E$.

Initiation Split re initiation

minimal dans $\mathbb{E}$ pour $\rightarrow$. Par
définition, si $x \rightarrow^R y$ et $x \rightarrow^R z$
alors $x = y = z$. $f = x$ en fait

Sei $x \in E$. Supponi per
 ipotesi che $x \rightarrow x$, $p(x)$ sia vero.
 Siano y e z tali che

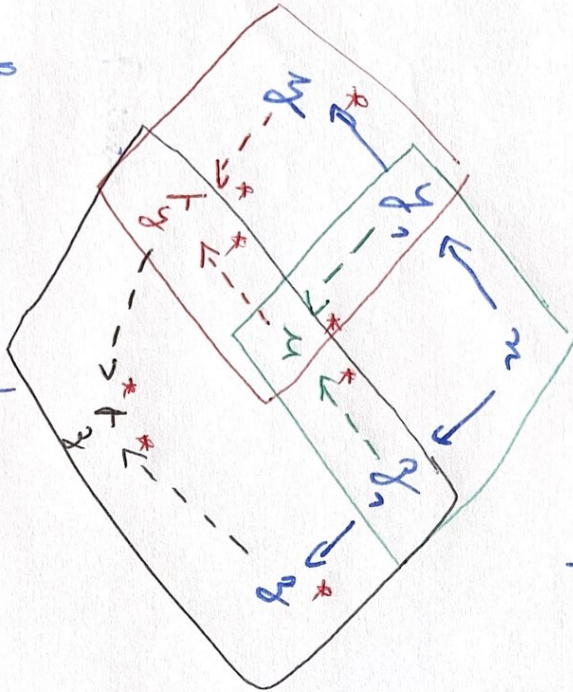
$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \downarrow & \downarrow \\ \downarrow & \downarrow \end{array}$

Nom : KRASNOPOLO

Sujet : 4 Jury : 335 Page : 4/4

Si $y_1 = x$ ou $x = y_1$, alors $t = x$ suffit.

Enfin, d'après la propriété 1^{re} du corollaire, on peut décomposer :



Puisque $\rightarrow$ est localement convergente, on décompose $x \in t$ tel que $y_1 \rightarrow^R x$ et $y_1 \rightarrow^R x$.
 $y_1 \rightarrow^R x$. Donc, par hypothèse de récurrence, il existe $t_y \in t$ tel

pour $y \rightarrow^R t_y$ et $x \rightarrow^R t_y$.

$y_1 \rightarrow^R x$. Donc par hypothèse de récurrence, $\exists t_y$ tel que

et $t_y \rightarrow^R t_y$

on a bien $y \rightarrow^R t_y$.

et $y \rightarrow^R t_y$. Donc $P(x)$.

Ceci conclut la preuve.