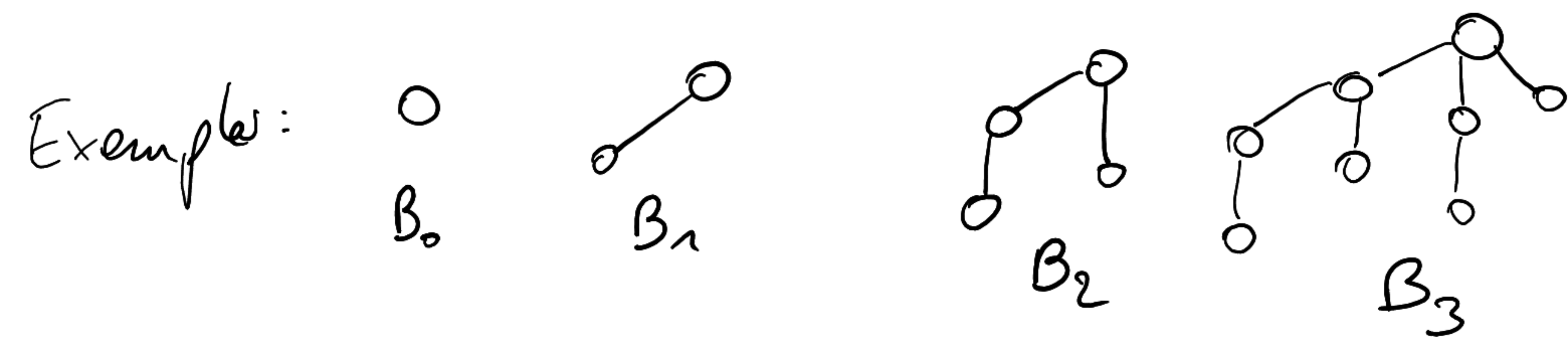
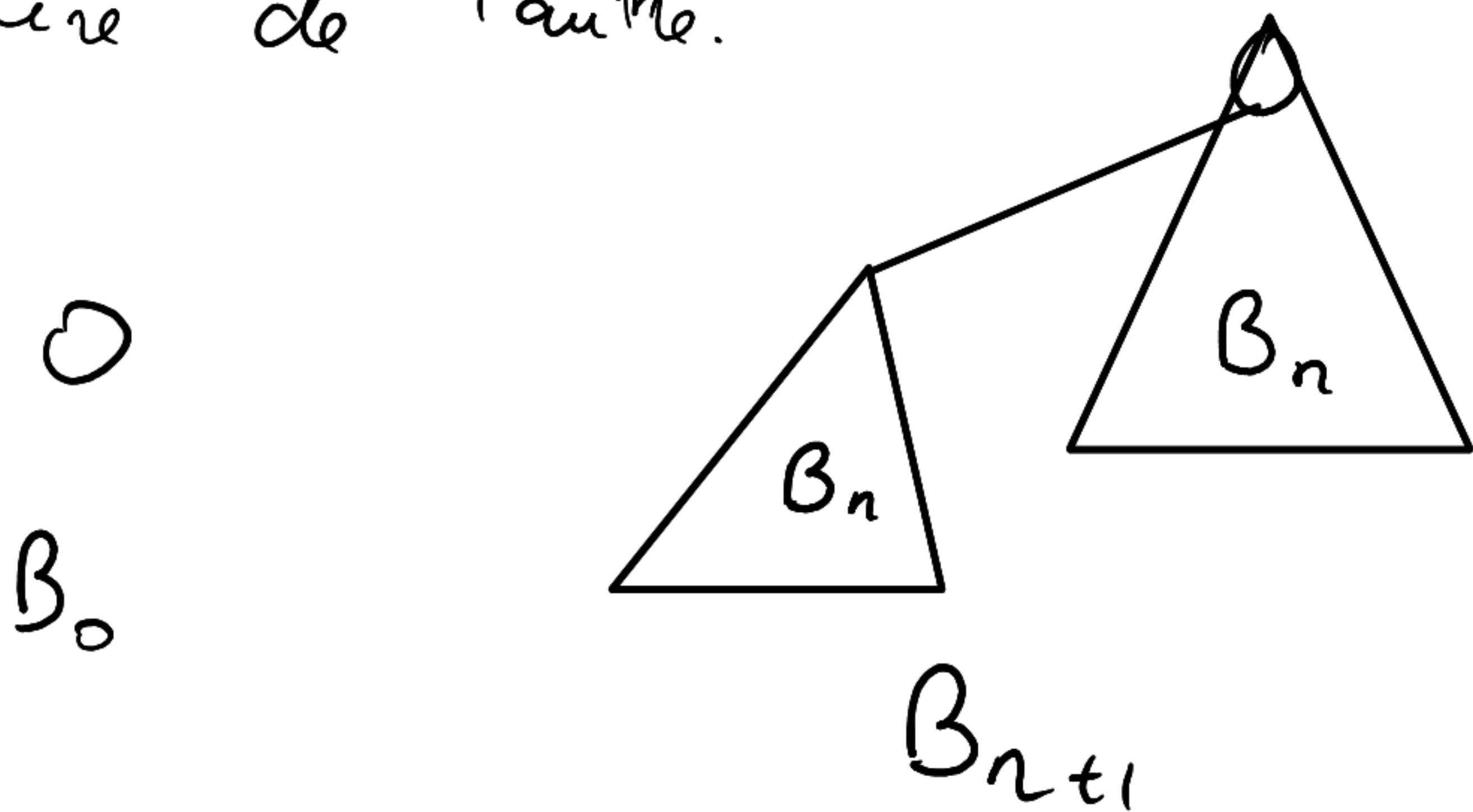


Tas binomial

Motivation $\rightarrow$ Optimisation des tas binaires pour permettre une opération utile en plus: l'union de deux tas.

Définition : Un **arbre binomial** B_n est un arbre défini de manière récursif par : B_0 ne contient qu'un seul sommet, et $\forall n \in \mathbb{N}$, B_{n+1} est un arbre composé de deux arbres binomiaux B_n de façon à ce que la racine de l'un soit l'enfant le plus à gauche de la racine de l'autre.



Propriété: Pour tout $k \in \mathbb{N}$, B_k contient 2^k nœuds, et la hauteur de B_k est k .

Définition: Un **tas binomial** T est un ensemble d'arbres binomiaux tels que:

- chaque nœud de T a une clef
- chaque arbre binomial de T satisfait la propriété des tas
- pour tout $k \in \mathbb{N}$, il y a au plus un seul arbre binomial dans T dont la racine est de degré k .

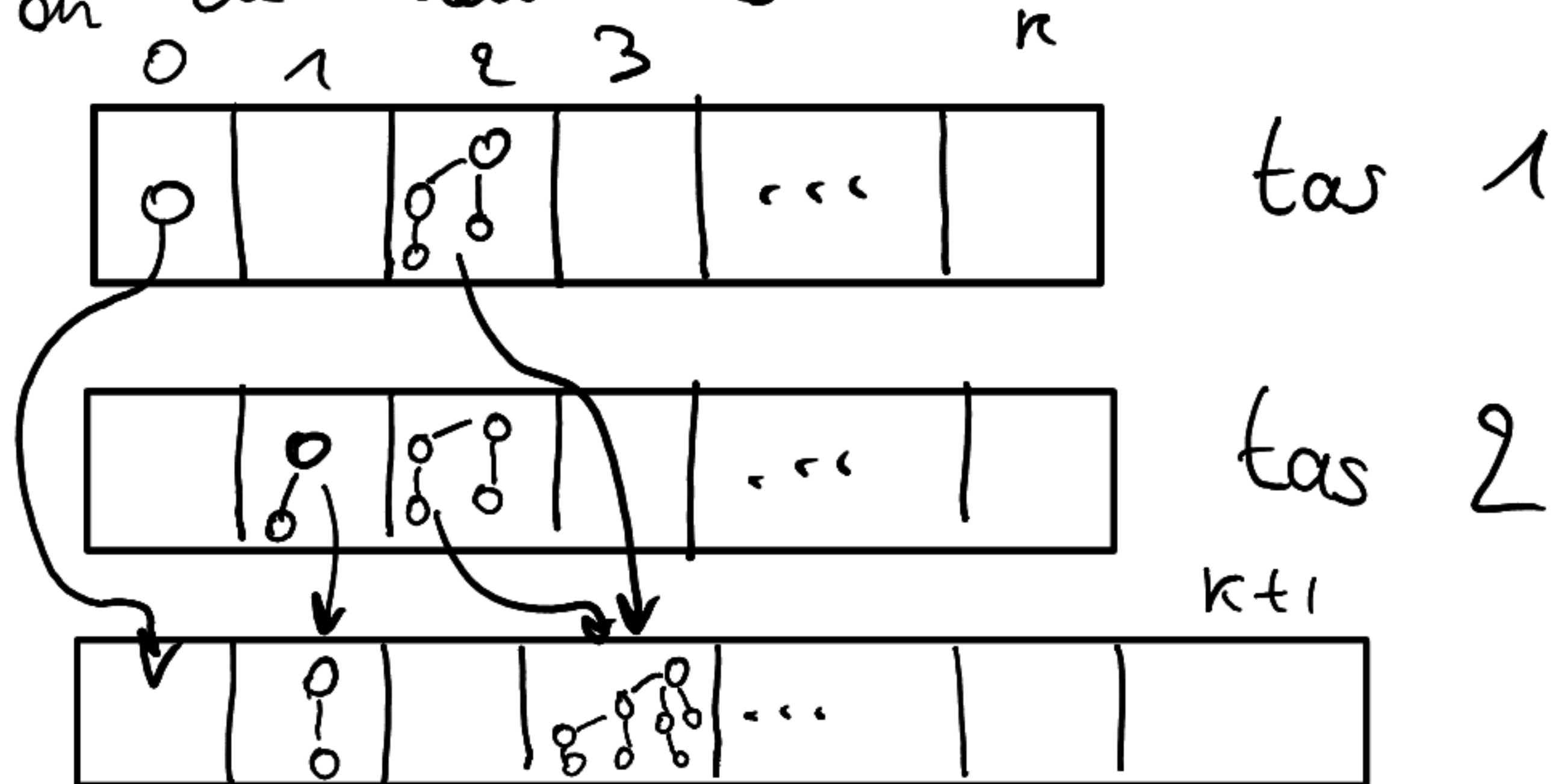
On travaille ici sur des tas-min.

Propriété: Un tas binomial contenant n éléments possède $\lfloor \log_2(n) \rfloor + 1$ arbres binomiaux.

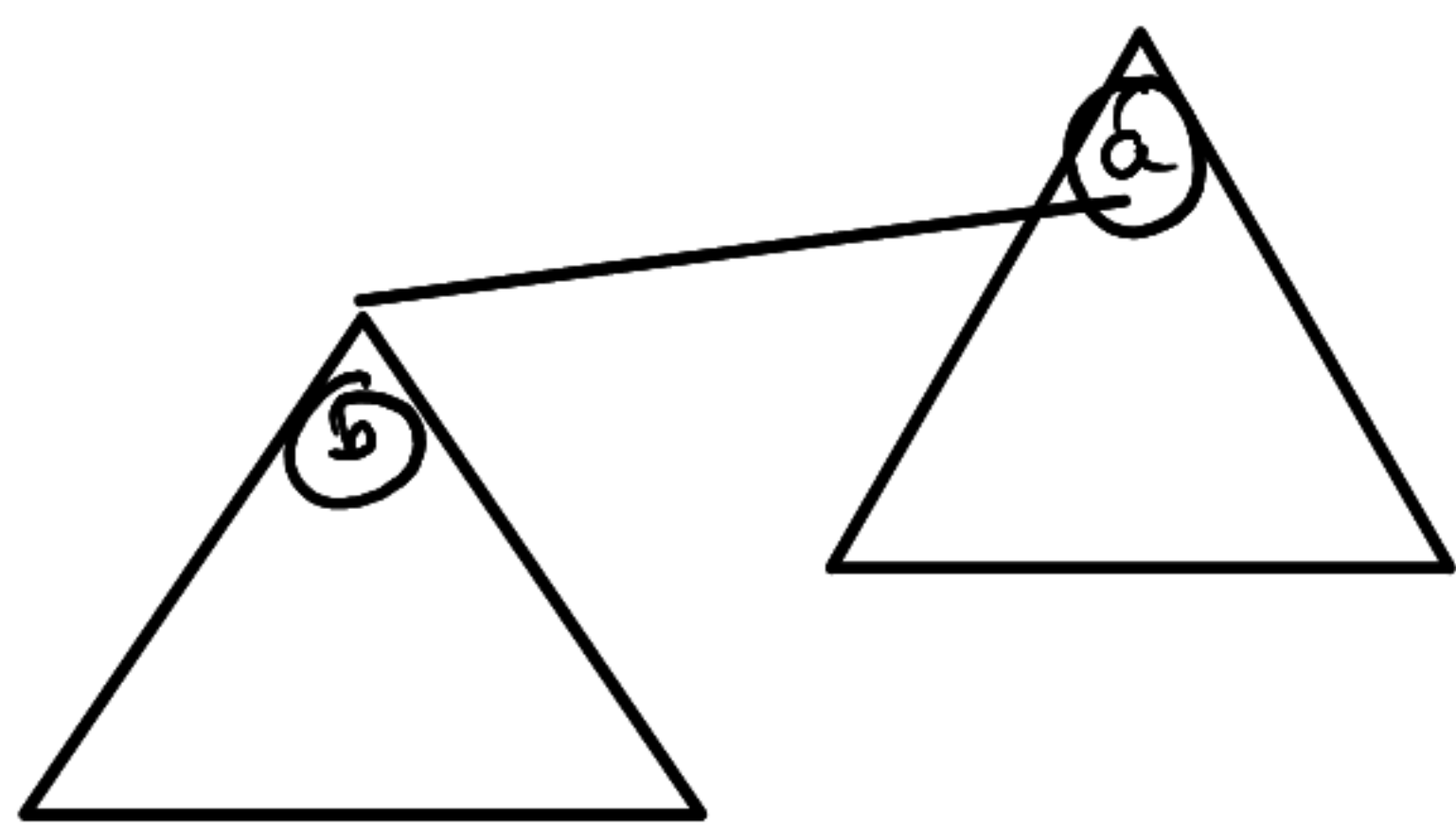
Propriété: Les tas binomiaux permettent d'implémenter une structure de tas, où les opérations élémentaires suivantes sont toutes effectuées en $O(\log(n))$:

- insertion / suppression d'un élément
- trouver / supprimer l'élément minimal
- fusionner deux tas binomiaux (n = somme des nb d'éléments)
- diminution d'une clef d'un élément

Fusion de deux tas:



Fusion de deux arbres binomiaux



avec $a \leq b$.

↳ La propriété des tas est maintenue.

↳ Comparaison avec la somme binaire.

$O(\underbrace{\text{nombre d'arbres du tas final}}_{\log(n)})$

Insertion d'un élément: fusion avec un tas contenant une B_0 .

Trouver/Supprimer l'élément minimal

↳ On recherche l'élément minimal parmi les racines des arbres binomiaux ($O(\log(n))$)

↳ On supprime la racine de cet arbre: on obtient une liste d'arbres binomiaux que l'on place dans un nouveau tas → on fusionne les deux tas résultant.

↳ $O(\log(n))$.

Diminution de valeur → Échanges successifs de valeurs avec les parents jusqu'à ce que la propriété des tas soit vérifiée.

Suppression → Diminution de la valeur à $-\infty$ puis suppression min