

ME : Informatique NP2I et MPI , Vincent BARRA

Développement 1 : Calcul des attracteurs

Préliminaire : - conditions d'ensemble des positions possibles de T_1 (resp. T_2)

- calculer cet ensemble

I Attracteurs III Convergence

II Stratégies de A_0

I Attracteurs

Définition 1 : Soit $X \in \{1, 2\}$.

Considérons $(A_i)_{i \in \mathbb{N}} \subseteq S_1 \cup S_2$

La suite définie par récurrence comme suit :

$$A_0 = T_X$$

$$A_{n+1} = A_n \cup \{ \Delta \in S_X \mid \exists \Delta' \in A_n \text{ tel que } \Delta \rightarrow \Delta' \}$$

$$\bigcup \{ \Delta \in S_X \mid \forall \Delta' \text{ tel que } \Delta \rightarrow \Delta', \Delta' \in A_n \}$$

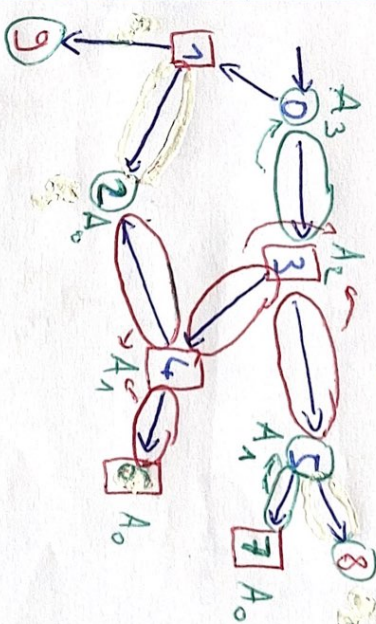
Propriété 1 : La suite $(A_i)_{i \in \mathbb{N}}$ est croissante.

Propriété 2 : $A_i \subseteq A_{i+1} \subseteq S_1 \cup S_2 \quad \forall i$

donc $(\text{card}(A_i))_{i \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante majorée, converge donc, et admet une limite.

Définition 3 : On appelle attracteur pour le jeu X la limite de $(A_i)_{i \in \mathbb{N}} = A_\infty$

Exemple 4 : $X = \{1\}$



$$A_3 = \lim_{i \rightarrow \infty} A_i = \{0, 3, 2, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\rightarrow 0 \in A_3$$

II Stratégies

Propriété 5 : A_∞ est l'ensemble des positions

proprement pour X.

Remarque 6 : double inclusion.

⊆ : conditions l_X une stratégie proprement pour X ⇒ partie de tout Δ ∈ A_∞.

$$l_X : \Delta \in S_1 \cup S_2 \mapsto \min(\{ \Delta' / \Delta \rightarrow \Delta' \text{ et } \Delta' \in A_{\infty} \})$$

$$\Delta_i \Delta \in A_{\infty} \cap S_1$$

Δ non spécifique sinon

$$l_X \Delta \rightarrow \Delta'$$

on montre que toute partie Δ₀ → Δ₁ → ...

$$l_X \Delta_0 \in A_{\infty}$$

respectant l_X vérifie

$$\Delta_i \in A_{\infty} \forall i \in \mathbb{N}.$$

Or,.

$$\text{De plus, si } \Delta_i \rightarrow \Delta_{i+1} \text{ et } \Delta_i$$

$$\Delta_i \in A_m, \text{ alors } \Delta_{i+n} \in A_{m-n} \quad (m \geq 1)$$

Il n'existe pas de partie infinie

(car G_T est acyclique), et T_X ∩ A_∞ = ∅.

Donc la partie terminale en Δ_i ∈ A₀ = T_X.

⊇ : Contrepartie : on va construire une stratégie admissible pour, c'est-à-dire Δ ∈ A_∞ / point

⇒ X de contenir la partie Δ ⊆ A_∞.

$$l_X : \Delta \in S_1 \cup S_2 \mapsto \min(\{ \Delta' / \Delta \rightarrow \Delta' \text{ et } \Delta' \in A_{\infty} \})$$

$$\Delta_i \Delta \in S_X \cap A_{\infty}.$$

Δ non spécifique tel que Δ → Δ'

sinon

$$\text{Soit } \Delta_0 \in A_{\infty}. \text{ On montre que}$$

$$\text{toute partie } \Delta_0 \rightarrow \Delta_1 \rightarrow \Delta_2 \rightarrow \dots \text{ respectant } l_X$$

reste ...

ou (si pas le temps)

on construit

pour X de rester dans A_∞ dans

toute partie, et montrer que toute partie

commençant en Δ ∈ A_∞ respectant l_X

est nulle ou proprement pour X.

Pr X 1

continue dans A_{∞} .

~~Il n'y a pas~~

pas de partie infinie $\Rightarrow$ la partie

terminale en $p_k \notin A_{\infty}$.

$A_n \times T_n \subseteq A_{\infty}$. donc A_n n'est

pas parfait pour X .

III Construction de A_{∞}

Algorithme 7 : entrées: $G_T = (S_1 \cup S_2, A)$; T_n

sortie: A_{∞} pour S_1

Fonction Propage(Δ , vid, m, Red)

si non vid(Δ) :

vid(Δ) := Vrai

pour tous les $p \in \text{Red}(\Delta)$ faire

$m(p) := m(p) - 1$

si $p \in S_1$ ou $m(p) = 0$ alors

Propage(p , vid, m, Red)

Fonction Colock Affinement (G_T, T_n) :

Initialisation

pour tous les $\Delta \in S_1 \cup S_2$ faire

vid(Δ) := Faux

Red(Δ) := $\emptyset$

$m(\Delta) := 0$

Pour tous les $(\Delta, p) \in A$ faire

Red(p) := Red(p) $\cup \{\Delta\}$

$m(\Delta) := m(\Delta) + 1$

Stratégie

Pour tous les $\Delta \in T_n$ faire

Propage(Δ , vid, m, Red)

Retourner Vid

Propriété 8 : Le complexe de Colock Affinement

est $O(|S_1 \cup S_2| + |A|)$.