

ANC : Ingénieur - MPI/MPI,

BALABONSKI et al.

Nom : KRASNOPOL

Sujet : 16

Jury : 42 Page : 1/3

Jeon 16. Exemples
d'algorithmes pour l'étude des jeux

niveau : MPI

- pré requis : MPI (Structure de données, algorithmique)

Introduction : L'année dernière

Moninod (1961)

"Je ne joue, mais je gagne toujours."

I] Un modèle de jeu à deux joueurs

1) Le cadre : les jeux d'accessibilité

Définition 1 : Un jeu d'accessibilité à deux joueurs est un triplet $\Gamma = (S_1, S_2, A, I, T_1, T_2, N)$ tel que :

i) $S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

ii) $G_\Gamma = (S_1 \cup S_2, A)$ est un graphe, un sommet de S_1 est atteint.

appelé état du jeu contrôlé par le joueur 1 (resp. 2).

iii) G_Γ ne contient pas de cycle.

On dit que le jeu est fini.

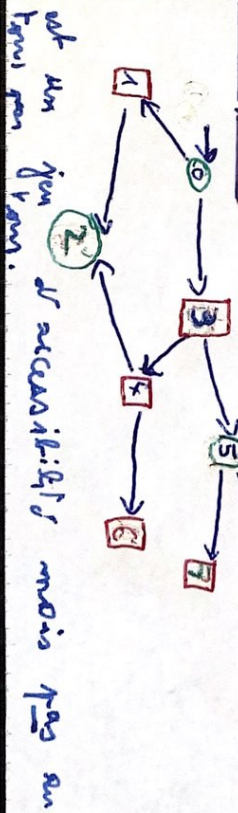
iv) $I \subseteq S_1 \cup S_2$ est appelé ensemble des états initiaux du jeu.

v) $T_1 \cup T_2 \cup N$ forme une partition

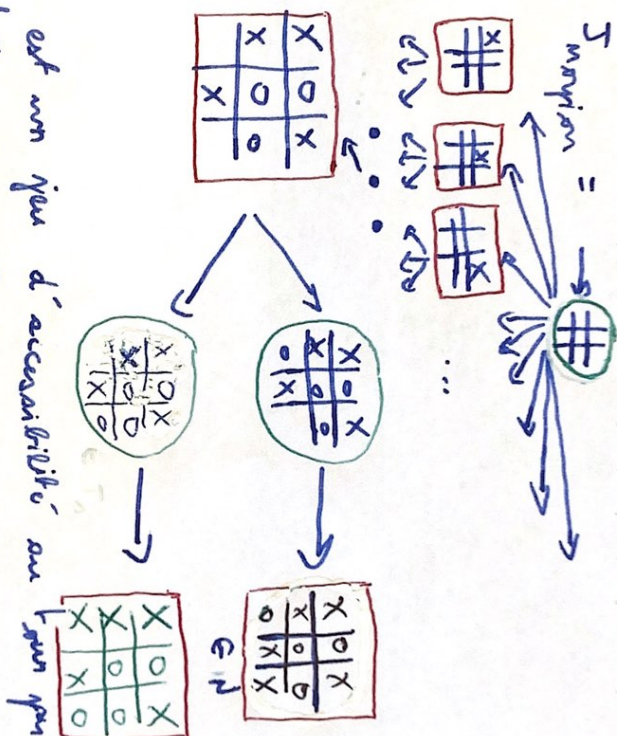
des sommets sans voisin sortant de G_Γ . T_1 (resp. T_2) est appelé ensemble des états gagnants du joueur 1 (resp. 2). N est appelé ensemble des états nuls.

Définition 2 : On dit que I est "au tout par tout" si (S_1, S_2) forme une partition bipartite des sommets de G_Γ .

Exemples 3 : $S_1 =$



est un jeu d'accessibilité mais pas au tout par tout.



est un jeu d'accessibilité au tour pour tous, dans lequel $N \neq \emptyset$.

Définition 4: Une position est un chemin d'un état initial $\Delta_0 \in I$ à un état terminal $\Delta \in T_1 \cup T_2 \cup N$ du graphe G_T .

2) Stratégie

Définition 5: Une stratégie pour le joueur $X \in \{1, 2\}$ est une fonction $f: S_X \rightarrow S_1 \cup S_2$ telle que, pour

tout état Δ non terminal de S_X , $(\Delta, f(\Delta)) \in A$.

Remarque 6: Les stratégies ainsi définies décident du côté Δ joueur en fonction de l'état du jeu au tour en instance. On les appelle "stratégies sans mémoire".

Définition 7: Une stratégie f pour $X \in \{1, 2\}$ est dite gagnante si toute partie dont les coups de X sont définis par f se termine en un état gagnant pour X .

Définition 8: Une position gagnante pour X dans un jeu $T = (S_1, S_2, A, I, T_1, T_2, N)$ est un sommet $\Delta \in S_1 \cup S_2$ tel qu'il existe une stratégie gagnante pour X dans le jeu $T = (S_1, S_2, A, I, T_1, T_2, N)$.

Exemple 8: $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ sont des positions gagnantes de 1 au jeu T .

Propriété 10 : Dans un jeu d'accessibilité, si $N = \emptyset$, alors tout état du jeu est une position gagnante du joueur 1 ou bien du joueur 2.

Exercice 11 : Trouver la propriété 10.

II] Calcul d'une stratégie gagnante

Algorithme 12 : Calcul des attracteurs

(DEV 1)

2) Algorithme min-max

Algorithme 13 : Min-max

Le principe est de construire itérativement un étiquetage des sommets de $S_1 \cup S_2$ correspondant au joueur dont les sont des positions gagnantes ($1 = J_1$; $-1 = J_2$; $0 = N$)

Initialisation : Les sommets de N sont étiquetés par 0. Ceux de T_X sont par 1 si $X=1$, -1 si $X=2$.

Traitement : Tant que'il existe $D \in S_1 \cup S_2$ non étiquetés et dont tous les successeurs le sont :

si $D \in S_1$:

Alors :

étiqu. $(D) \leftarrow \min \{ \text{étiqu.}(D') / (D, D') \in A \}$

Fin Tant que

Exercice 14 : Trouver la correction.

TP 15 : implémentation et optimisation dynamique.

III] Optimisation du temps de calcul

Définition 15 : Une formulation pour un jeu $\Gamma = (S_1, S_2, A, I, T_1, T_2, N)$ et un joueur X est une fonction $f_X : S_1 \cup S_2 \rightarrow \mathbb{Z}$ qui indique un score : plus $f_X(D)$ est grand, plus le joueur X est estimé futur gagnant.

Algorithme 17 : étiquetage α - β appliqué à une formulation

(DEV 2)